Να βρεθεί η εξίσωση της επιφάνειας όπου ορίζεται από τα $A(1,1,1)$ και $B(2,2,2)$ και απ' την ευθεία

$(\varepsilon): 6x = 3y = 2z$, περιστρεφόμενης την (AB)

Έπειτα να βρείτε τους μεσημβρινούς και τις παράλληλες γύρω απ' την AB.

ΛΥΣΗ

$$(AB): \frac{x-1}{2-1} = \frac{y-1}{2-1} = \frac{z-1}{2-1} \Rightarrow (AB): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$$

$$(\varepsilon): 6x = 3y = 2z \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

Η $(AB) \rightsquigarrow (1,1,1)$ και έχει $\vec{\alpha} = (1,1,1) \parallel (AB)$

Η $(\varepsilon) \rightsquigarrow (0,0,0)$ και έχει $\vec{\beta} = (1,2,3) \parallel (\varepsilon)$

$$(AB): \begin{cases} x-y=0 \\ y-z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y \\ y=z \end{cases} \quad (1)$$

Επίσης, οι παράλληλοι κύκλοι:

$$(c): \begin{cases} x^2+y^2+z^2 = R^2 \\ 1x+2y+3z=\lambda \end{cases} \quad (2)$$

Απο, (1),(2) $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 3x^2 = R^2 \\ x = \frac{\lambda}{6} \end{cases} \Rightarrow 3\left(\frac{\lambda}{6}\right)^2 = R^2 \Rightarrow \boxed{\lambda^2 = 12R^2} \quad (3)$$

Απο, (2),(3) $\Rightarrow 12(x^2+y^2+z^2)^2 = (x+2y+3z)^2$

Η ζητούμενη επιφάνεια εκ περιστροφής

Παράλληλοι κύκλοι:

$$(c): \begin{cases} (x^2+y^2+z^2)^2 \cdot 12 = (x+2y+3z)^2 \\ 1 \cdot x+2y+3z=\lambda \end{cases}$$

Μεσημβρινοί κύκλοι:

$$(M): \begin{cases} (x^2+y^2+z^2) \cdot 12 = (x+2y+3z)^2 \\ k(2x-y)+\mu(3x-z)=\lambda \end{cases}$$